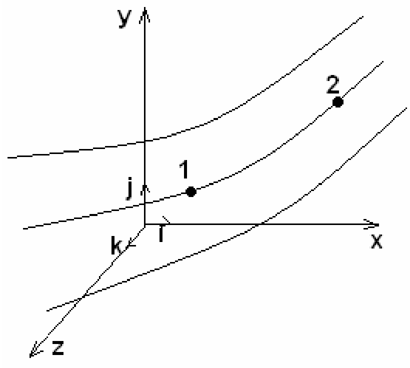
Profesor Dr. Hugo Chirinos

ANÁLISIS DEL FLUJO DE FLUIDOS

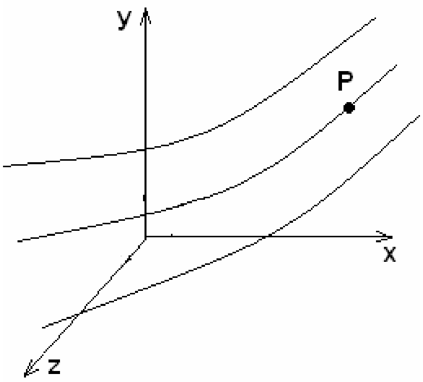
Velocidad. El análisis de flujos de fluidos tiene importancia sustancial ya que a partir de el se puede evaluar las presiones y las fuerzas que soportan algunas estructuras (codos, toberas, etc). Para el análisis del flujo de fluidos existen dos métodos de Lagrange y de Euler.

Punto de vista Lagrangiano. Se refiere al análisis de la trayectoria de la partícula de un fluido.



$$r = x_i + y_j + z_k$$
$$V_{(t)} = \frac{dx}{dt} i + \frac{dy}{dt} j + \frac{dz}{dt} k$$
$$V_{(t)} = ui + vj + wk$$

Punto de vista Euleriano. A través de un punto físico pasan infinidades partículas del fluido y a través de ese punto se puede averiguar su velocidad.

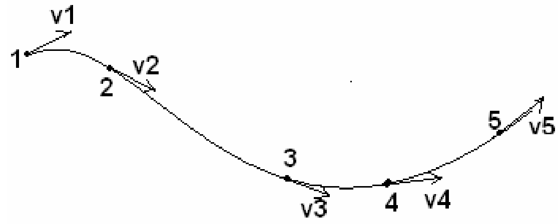


$$u = V_x = f(x, y, z, t)$$
$$v = V_y = f(x, y, z, t)$$
$$w = V_z = f(x, y, z, t)$$
$$V = f(trayectoria, t)$$

TRAYECTORIA DE UNA PARTÍCULA DE FLUIDO

"Es el camino que recorre una partícula en su movimiento"

Línea de Corriente. Para un fluido en régimen permanente (cuando algunas propiedades no cambian con respecto al tiempo) la trayectoria de una partícula de fluido coincide con la línea de corriente que es la línea tangente a los vectores velocidad de las partículas de fluido.



Tubo de corriente. Es aquel fluido que tiene como pared lateral línea de corriente y esta constituido por una serie de líneas de corriente.

Hilo de corriente. Una pequeña sección o una sección infinitesimal de un tubo de corriente.

Patrón de flujo. Es aquel que nos marca la dirección de las partículas de fluido en una dirección cualquiera.

Velocidad promedio. Si y = f(x) donde,

$$\bar{y}(x_b - x_a) = \int_{x_a}^{x_b} f(x)dx$$

$$\bar{y} = \frac{\int_{x_a}^{x_b} f(x)dx}{(x_b - x_a)} = \frac{\int_{x_a}^{x_b} f(x)dx}{\int_{x_a}^{x_b} dx}$$

Entonces para cualquier propiedad:

$$\bar{\vec{V}} = \frac{\int VdA}{\int dA} \qquad \bar{T} = \frac{\int TdA}{\int dA}$$

Velocidad promedio con respecto a una sección transversal característica.

Temperatura promedio con respecto a una sección transversal característica

Ejercicio 01:
Dada los campos de velocidades (a y b son constantes) siguientes, determinar:
a) las dimensiones de cada campo de velocidades,
b) decir si los flujos son estacionarios o no estacionarios.

1) $\vec{V} = [ae^{-bx}]\hat{i}$, 2) $\vec{V} = ax^2\hat{i} + bx\hat{j}$, 3) $\vec{V} = [ax^2e^{-bt}]\hat{i}$, 4) $\vec{V} = ax\hat{i} - by\hat{j}$, 5) $\vec{V} = (ax+t)\hat{i} - by^2\hat{j}$
6) $\vec{V} = ax^2\hat{i} - bxz\hat{j}$, 7) $\vec{V} = a(x^2+y^2)^{1/2}(1/z^3)\hat{k}$, 8) $\vec{V} = axy\hat{i} - byzt\hat{j}$

Solución:

Campo de velocidad	Dimensión	tipo de flujo
1) $\vec{V}=[ae^{-bx}]\hat{i}$	uni-dimensional ($\vec{V}=\vec{V}(x)$)	estacionario
2) $\vec{V}=ax^2\hat{i}+bx\hat{j}$	uni-dimensional ($\vec{V}=\vec{V}(x)$)	estacionario
3) $\vec{V}=[ax^2e^{-bt}]\hat{i}$	uni-dimensional ($\vec{V}=\vec{V}(x,t)$)	no estacionario
4) $\vec{V}=ax\hat{i}-by\hat{j}$	bi-dimensioinal ($\vec{V}=\vec{V}(x,y)$)	estacionario
5) $\vec{V}=(ax+t)\hat{i}-by^2\hat{j}$	bi-dimensional ($\vec{V}=\vec{V}(x,y,t)$)	no estacionario
6) $\vec{V}=ax^2\hat{i}-bxz\hat{j}$	bi-dimensional ($\vec{V}=\vec{V}(x,z)$)	estacionario
7) $\vec{V}=a(x^2+y^2)^{1/2}\left(1/z^3\right)\hat{k}$	tri-dimensional ($\vec{V}=\vec{V}(x,y,z)$)	estacionario
8) $\vec{V}=axy\hat{i}-byzt\hat{j}$	tri-dimensional ($\vec{V}=\vec{V}(x,y,z,t)$)	no estacionario

Ejercicio 02:
Dada el campo de velocidades siguiente:

$\overline{V}=ax\hat{i}-by\hat{j}$ donde (a = b = 1seg^{-1})
Encontrar: La ecuación matemática de las líneas de flujo.

Solución:
La pendiente de la línea de flujo en el plano x,y esta dado por $\frac{dy}{dx}=\frac{v}{u}$,
Para el campo de velocidades $\overline{V}=ax\hat{i}-by\hat{j}$, entonces u = ax, v = -by, por lo tanto,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{v}{u}=\frac{-by}{ax}$$

Para resolver la ecuación diferencial separamos las variables e integramos:

$$\int\frac{dy}{y}=-\frac{b}{a}\int\frac{dx}{x}$$

$$\ln y=-\frac{b}{a}\ln x+\ln C$$

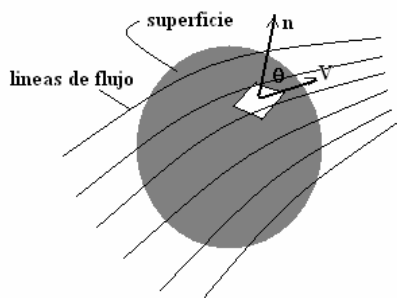
$$y=cx^{-\frac{b}{a}}$$

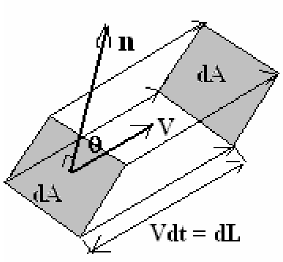
FLUJO VOLUMÉTRICO Y FLUJO MÁSICO

Flujo Volumétrico = Q

Flujo másico = $\overset{o}{m}$

$$\overline{V} = \frac{\int V dA}{\int dA} \qquad \int V dA = \overline{V} \int dA \Rightarrow Q = VA \qquad \begin{cases} V = velocidad\ media\ normal \\ A = \sec cion\ transversal \end{cases}$$





Supongamos que la superficie (s) sea como una malla de coral (imaginaria) a través del cual el fluido pasa. ¿Cuál es el volumen del fluido que atraviesa la superficie en la unidad de tiempo?
En general si "v" varia con la posición, debemos integrar sobre la superficie elemental dA. Además, "v" generalmente puede atravesar dA con un ángulo θ en relación a la normal.
Sea "n" el vector unitario normal a dA. Entonces, a la cantidad de fluido que se desplaza a través de dA durante el tiempo dt le corresponde el volumen del paralelepípedo inclinado:

$$d\cancel{V} = vdtdA\cos\theta = (vn)dAdt$$

La integral de $\frac{d\cancel{V}}{dt}$ es el caudal volumétrico total (Q) que atraviesa la superficie, entonces:

$$Q = \int_s (vn)dA = \int_s vdA$$

Por convención:

"n" es el vector unitario normal orientado siempre para afuera, entonces, el producto (vn):
Si es positivo representa al flujo de salida y si es negativo representa al flujo de entrada.
Ahora, el caudal volumétrico se le puede afectar por la masa específica (ρ) para obtener el caudal másico.

$$\overset{o}{m} = \int_s \rho(vn)dA = \int_s \rho vdA$$